

## Hoe gevoelig is het oog voor perspectief? Siebren van der Werf

Kort geleden liet een mij bekende schilderes mij een landschap zien. Het schilderij toonde een zadeldakkerkje op een Friese terp. Naar mijn gevoel wrong het perspectief een beetje, maar ik kon niet onder woorden brengen hoe of waarom.

Een vriend die vroeger stuurman is geweest schildert havengezichten. Schepen zijn notoir moeilijk om perspectivisch juist te krijgen en als het niet helemaal klopt dan zie je dat, maar aangeven hoe het zou moeten is moeilijk.

In mijn woonkamer hangen twee waskrijttekeningen van mijn vader. Het zijn landschappen, gezien vanaf de Groote Wielen, vlak bij Leeuwarden, waar wij woonden in de vijftiger en zestiger jaren. Het perspectief klopt ook daar niet, maar ik weet bijna zeker dat mijn vader dat ook zo bedoelde.



Voor oud-Leeuwarders bekend: de botenverhuur van Jopie Apeldoorn aan de Groote Wielen, met op de achtergrond de skyline van Leeuwarden (D.H. van der Werf, 1960).

Ik ben lid van een groep mensen die zich bezig houden met “Licht en Kleur in de Natuur”. De meesten zijn beoefenaars van een exact vak, vaak natuurkundigen (zoals ikzelf), sterrenkundigen, meteorologen, maar ook bijvoorbeeld fotografen. Iedere 3 à 4 jaar wordt een conferentie georganiseerd. In 2004 was die ontmoeting in Bad Honnef. Tijdens die bijeenkomst liet één van de deelnemers, David Lynch, een foto zien die hij had gemaakt vanaf het achterdek van snelvarende veerboot. De schroeven van zo’n schip laten elk een bellenspoor achter. Het aardige van die foto is dat je, vanwege de kalme zee, dat bellenspoor kunt zien tot zover je kunt kijken: tot de horizon. En op die horizon heeft het kielzog nog steeds een breedte die je duidelijk kunt onderscheiden.

Iedereen die wel eens over zee heeft uitgekeken kent het verschijnsel van een schip dat al gedeeltelijk achter de horizon is verdwenen. Toch zijn de horizontale afmetingen dan nog duidelijk te zien. Dat is hetzelfde effect in een andere vorm.

Hoe hoger je staat, des te lager zie je de horizon. Het verschil met waterpas heet kimduiking, ook wel “schijnbare kimduiking”.



Foto van David Lynch (overgenomen met zijn toestemming), gepresenteerd als "Further evidence that the Earth is round".



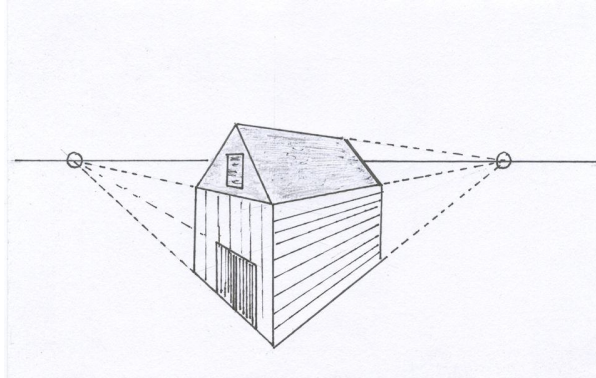
Computersimulatie van een zeventiende-eeuws fregat tegen de achtergrond van de ondergaande zon.

Voor de afstand tot de horizon en voor kimduiking bestaan eenvoudige formules:

$$\text{horizon: } L = \sqrt{\frac{2hrR}{r-R}}, \text{ kimduiking: } s.k. = \sqrt{\frac{2h(r-R)}{rR}} \text{ (in radialen).}$$

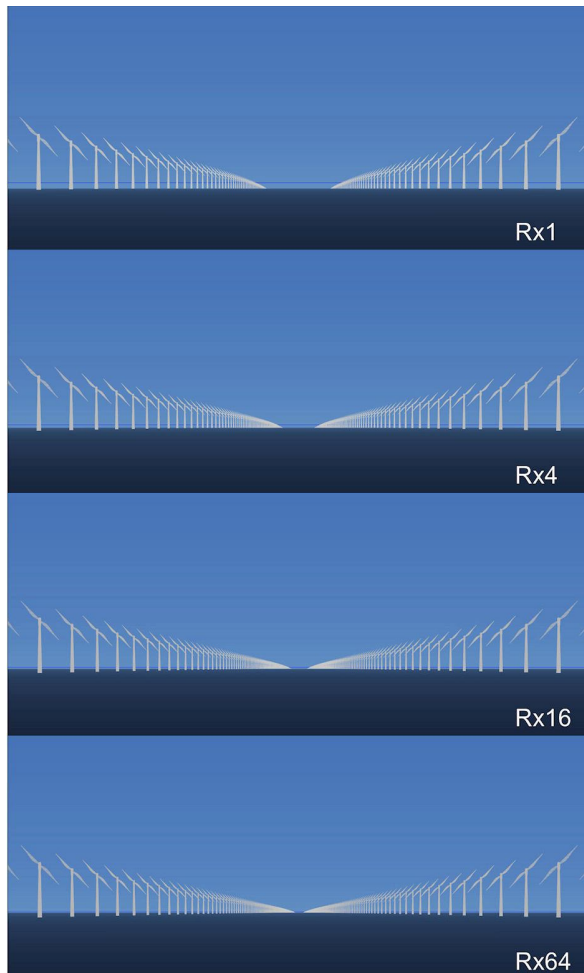
Hierin is  $h$  de ooghoogte van de waarnemer,  $R$  de kromtestraal van de aarde en  $r$  de kromtestraal van een horizontale lichtstraal. Als we voor de straal van de aarde zijn normale grootte nemen en even veronderstellen dat de zichtstralen zuiver recht zijn, dan worden kimduiking (in boogminuten) en de afstand tot de horizon (in zeemijlen) gegeven door dezelfde formule:  $1.93\sqrt{h}$ . Ooghoogte,  $h$ , wordt hierbij in meters opgegeven. Maar in een standaardatmosfeer zijn lichtstralen gekromd. Een bijna-horizontale straal heeft een kromtestraal die ongeveer 6 maal zo groot is als de straal van de aarde. Dat geeft de regels die meestal in de nautische literatuur worden gegeven: kimduiking (in boogminuten) =  $1.76\sqrt{h}$ ; afstand tot de horizon (in zeemijlen) =  $2.11\sqrt{h}$ .

Hoe zit het dan met de wijsheid over het tekenen van perspectief, dat verlengden van horizontale lijnen elkaar op de horizon moeten snijden? In mijn herinnering leerden we dat vroeger al op de lagere school bij tekenles, maar daar kan ik mis mee zijn. In ieder geval leren lagereschoolkinderen dat tegenwoordig niet, zo is mij verzekerd door de jeugd in de buurt. Het gebeurt mij tegenwoordig wel vaker dat ik denk dat ik op hun leeftijd meer wist dan zij. Word ik oud of hebben zij nog veel te leren?



Perspectivisch tekenen met hulplijnen naar de horizon.

## Perspectief dichtbij de horizon



Windmolenpark op zee bij normale kromming van de aarde,  $R \times 1$ , en voor de aardstraal 4, 16 en 64 maal vergroot. De molens zijn 100 meter hoog met wieken van 50 meter. De ooghoogte is 10 m.

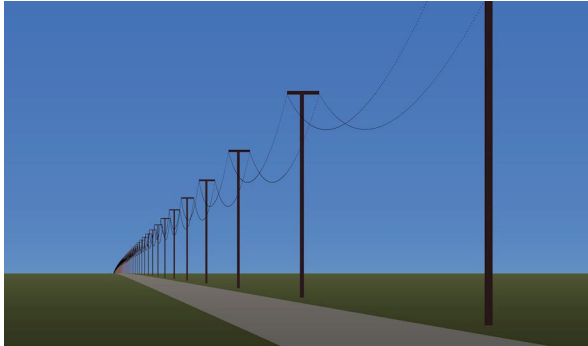
Ik heb een computerprogramma geschreven om een landschap of een zeegezicht te tekenen. Een aantal dingen kan ik daarin vrij kiezen, zoals de kromtestraal van de aarde, de straalbuiging van het licht, de afstand van de waarnemer tot de objecten die in het landschap voorkomen en ook zijn ooghoogte.

Als voorbeeld nemen we een windmolenpark op zee. Ze staan op onderlinge afstanden van een halve zeemijl en U vaart midden tussen twee rijen. In het bovenste plaatje van de bijgaande figuur heeft de straal van de aarde zijn normale waarde. Ook de straalbuiging van het licht is standaard: bij horizontaal zicht is de kromming van het licht zesmaal minder dan die van de aarde.

Dichtbij lijken de toppen van de wieken op een rechte lijn te liggen en de verlengden van die lijnen aan weerszijde snijden elkaar boven de horizon, precies op de blauwe hulplijn die net boven de horizon is getrokken. Dat is de echte horizontaal: waterpas. Het verschil met de zichtbare horizon is de kimduiking. Verder van ons af buigen de rijen molens naar beneden en ze verdwijnen achter de horizon voordat ze bij elkaar komen.

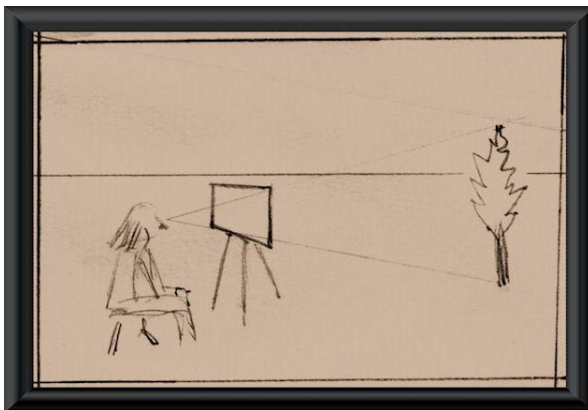
Er blijft een opening over tussen die beide rijen. Maar omdat het een computersimulatie is, kunnen we er wat mee spelen. Als we de straal van de aarde  $4 \times$  zo groot maken en ook de straalbuiging van het licht  $4 \times$  zwakker maken, dan zeggen de formules hierboven dat de kimduiking tweemaal kleiner wordt en de afstand tot de horizon tweemaal groter. Dat is het tweede plaatje van boven. De rijen blijven langer recht en het gat dat tussen beiden overblijft is ook maar de helft van wat het in het bovenste plaatje was. Maken we de aardstraal  $16 \times$ ,  $64 \times \dots$  groter, dan halveert die opening verder bij iedere stap. Het is duidelijk wat er gebeurt. Het regeltje dat verlengden van evenwijdige lijnen elkaar op de horizon moeten snijden, geldt als de aarde plat is en de lichtstralen recht. Bij een ronde aarde geldt die regel dicht bij de horizon helemaal niet meer. Voor het tafereel dichterbij

de waarnemer geldt dat verlengden van evenwijdige lijnen hun verdwijnpunt op de horizontaal hebben, niet op de horizon.



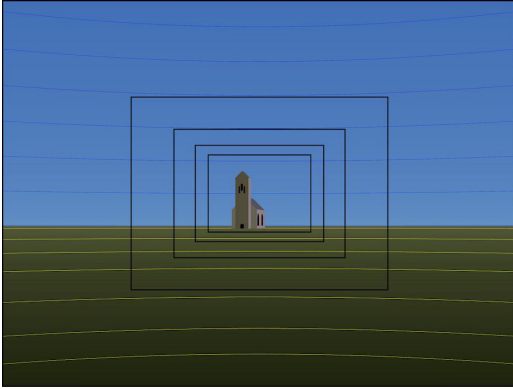
Een variant: de telefoonpalen blijven langer zichtbaar dan het wegdek voordat de kromming van de aarde ze aan het oog onttrekt. Omdat we er scheef tegenaan kijken lijken ze in de verte de weg over te steken. De straal van de aarde en de buiging van het licht zijn hier weer normaal gekozen.

### Vlak en panoramisch perspectief

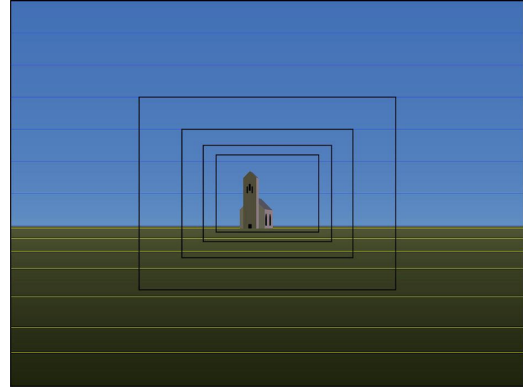


Projectie van een landschap op een doek.

We moeten beslissen wat voor projectie we kiezen, een vlakke of een panoramische projectie. Een schilderij kan worden opgevat als een venster op de wereld daarachter. Zoals wij binnen de lijst van de bijgaande tekening een schilder zien die een landschap op het doek wil brengen, zo ziet die schilder dat landschap binnen het kader van zijn eigen lijst. Als hij natuurgetrouw wil schilderen beeldt hij ieder punt van de wereld daarachter af, daar waar de lichtstraal die dat punt met zijn oog verbindt het doek passeert. Dat is een vlakke projectie. Maar de schilder kan er ook voor kiezen zijn doek eerst op een cilinder te spannen, met hemzelf als middelpunt, en het later in een vlakke lijst te spannen. Dan is de projectie panoramisch. Inderdaad: je kunt een vlakke reproductie maken van Mesdag's panorama door het uit te rollen.



Vlakke projectie binnen een lijst van 80x60 cm op een afstand van 1 meter (zoom = 1) met kaders voor dezelfde lijst op afstanden van 2-5 meter (zoom = 2-5). De toren van het kerkje is 45 meter hoog en het schip 25 meter. De waarnemer heeft een ooghoogte van 2 meter. Zijn positie kan het best als volgt beschreven worden: vanaf de toren van de kerk 500 meter rechtuit en dan 100 meter naar links.



Als hiernaast, maar in panoramische projectie.

In de plaatjes hierboven bekijken we een kerkje van een afstand van ruim 500 meter. Op de voorgrond zijn cirkels in het land getekend, concentrisch om de waarnemer. In navigatietermen zijn het hoogtelijnen: in alle richtingen is het hoogteverschil met de horizontaal gelijk. Bij een vlak raam is de afstand van het oog tot de zijkant groter dan tot het midden. De hoogte van het schilderij komt daarom aan de zijkanten overeen met een kleiner verticaal gezichtsveld dan in het midden: je kunt in het midden verder over de rand heen kijken en de cirkels liggen in het midden verder van de onderrand dan aan de zijkanten. Het omgekeerde gebeurt als je hoogtelijnen aan het hemelgewelf tekent op een positieve hoogte: met een topshoek kleiner dan negentig graden. Dan is in het midden de afstand van zo'n cirkel tot aan de bovenrand van de lijst groter dan aan de zijkanten.

Bij een panoramische projectie worden al deze cirkels rechte lijnen, want in iedere richting is zo'n cirkel even ver weg en komt de hoogte van het cilindrisch opgespannen doek overeen met hetzelfde verticale gezichtsveld. Beide tekeningen laten ook zien dat inzoomen in feite een verkleining van de lijst inhoudt, waardoor het object t.o.v. de lijst groter wordt. Ter vergelijking: de zoomfactor voor de plaatjes van het windmolenpark was 5, die van het weggetje met de telefoonpalen was 10.

Nu zijn we zover dat we kunnen kijken naar het probleem van de verlengde evenwijdige lijnen. We kiezen daarvoor een standpunt veel dichterbij het kerkje. De waarnemer staat nu op 40 meter rechtuit vanaf de toren en dan 60 meter naar links. Om alles binnen ons perspectiefraam te krijgen zetten we dat op een halve meter afstand (zoom = 0.5, een factor 2 uitzoomen).



Vlakke projectie met hulplijnen.



Panoramische projectie met hulplijnen.

In de vlakke projectie snijden de verlengden van naar achteren weglappende evenwijdige lijnen elkaar met grote nauwkeurigheid allemaal in het zelfde punt op de ware horizontaal. Het verschil (de kimduiking) is klein: 2.5 boogminuut, terwijl het verticale blikveld meer dan 33 graden is. Als de kimduiking klein is t.o.v. het totale verticale gezichtsveld, dan zal het perspectief niet “wringen” als we verdwijnpunten op de horizon leggen, in plaats van op de horizontaal.

Heel anders is dat bij de panoramische projectie: van hoe hoger de evenwijdige getrokken lijn komt, des te verder weg snijdt hij de horizon. Uit het feit dat die horizonregel niet opgaat voor de panoramische projectie, mag nog niet worden opgemaakt dat die projectie dus fout is. Houdt dit blad wat verder van U af, zodat U de hulplijnen nauwelijks meer ziet. Welk perspectief is voor het oog het meest natuurlijk?

### Spelen met perspectief

Correcte weergave van perspectief stamt uit de Renaissance. De Italiaanse schilder en wiskundige Piero della Francesca (ca. 1410-1492) stelde daarover een verhandeling op die grote invloed had op latere kunstenaars, waaronder Leonardo da Vinci. Onder de Nederlandse schilders bij wie perspectief belangrijk was vinden we bijvoorbeeld Pieter de Hooch (1629-na 1684). Van hem is het schilderij *de linnenkast*. Het laat het interieur zien van een Amsterdams grachtenhuis. Links is de vrouw des huizes bezig een stapel linnen in de handen van de meid te leggen. Haar dochttertje speelt kolf bij de doorgang naar het voorhuis. De open deur biedt een doorkijk naar de gracht en naar het huis aan de andere kant.

De vloer is betegeld en als we evenwijdige lijnen verlengen en ook die van de bovenrand van de linnenkast, dan blijkt dat De Hooch het verdwijnpunt precies in het midden van het schilderij heeft gelegd: even onder het verlichtte bovenraam. Vlak daaronder zou de horizon moeten liggen als we de wanden wegdenken. In het plaatje rechts heb ik de betegelde voorgrond gekopieerd en naar zijn verdwijnpunt verlengd. Het huis aan de overkant van de gracht is bijna helemaal zichtbaar door de open deur. Ook dat heb ik gekopieerd en ik heb de zijkant er aan toegevoegd met behulp van hetzelfde verdwijnpunt. Tenslotte heb ik de huishoudelijke hulp op dezelfde plaats gezet als De Hooch haar schildert, alleen kijkt ze nu de andere kant op.....naar het poppenhuis van de dochter des huizes!



Pieter de Hooch. *De linnenkast*, 1663.

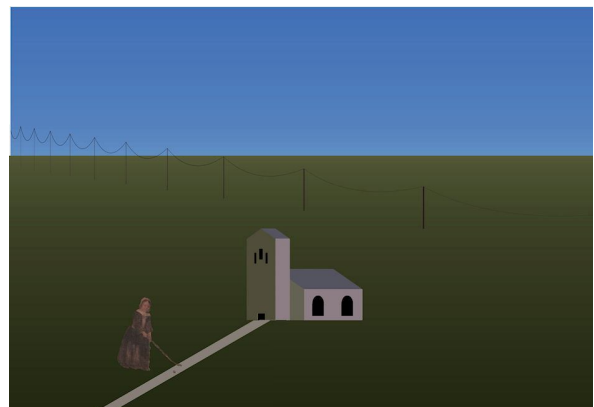


Reconstructie van het perspectief van De Hooch's *linnenkast*.

Achteraf hadden we dat al direct kunnen zien, want het verdwijnpunt ligt op schouderhoogte van de meid. Dat is dus ook de ooghoogte van de schilder. De bovenkant van de deur van het huis aan de overkant is ongetwijfeld hoger. Hij zou boven de horizon moeten uitsteken. In plaats daarvan is het hele huis afgebeeld op de grootte die de voordeur zou moeten hebben gehad. Toch, stel U voor dat De Hooch hier het ware perspectief zou hebben bewaard. De doorkijk naar buiten zou een bijna blinde muur hebben opgeleverd, zonder de suggestie van diepte die het nu heeft.

### Negeren van perspectief

In de twintigste eeuw ontstond een veelheid aan stromingen die de schilderkunst wilden ontdoen van regels. Ook die van perspectief werden als beperkend ervaren. Ik heb geprobeerd een "naïef" tafereel te maken uit de elementen van de voorgaande figuren, het kerkje, de telefoonpalen en een weggetje, door alle verdwijnpunten van evenwijdige lijnen naar het oneindige te verschuiven en door de horizon van het landschap omhoog te brengen. Ook de consequente ontkenning van een regel is voorspelbaar en daarmee programmeerbaar.



Een "naïeve" voorstelling. Evenwijdige lijnen worden in alle richtingen ook als evenwijdig weergegeven.

## Tenslotte

De regels van perspectivisch tekenen zijn objectief. Ze kunnen dus ook geprogrammeerd worden. De vlakke projectie werd historisch het meest gebruikt en schilders hanteerden daarvoor een perspectiefraam. Verdwijnpunten van evenwijdige lijnen liggen daarbij boven de horizon op een afstand die in de nautische literatuur bekend is als de kimduiking. Voor het landschap dicht bij de horizon gelden die regels niet meer en wordt zichtbaar dat horizontale lijnen in werkelijkheid de kromming van de aarde volgen. In een panoramische projectie hebben verlengden van evenwijdige lijnen op verschillende hoogte ook van dichtbij geen gemeenschappelijk verdwijnpunt.

Wat als natuurlijk gezien wordt is in hoge mate subjectief. De vlakke en de panoramische projectie kunnen sterk verschillen, maar lijken beide natuurlijk. Ook kan de kunstenaar een grotere diepte suggereren door bewust, zoals Pieter de Hooch dat deed, delen van zijn tafereel verkleind af te beelden.

Of een schilderij de toeschouwer vermag te raken laat zich nog minder in regels vangen. Daarom is het kunst.

### **Geraadpleegde literatuur:**

David K. Lynch, *Turbulent ship wakes: further evidence that the Earth is round*, Applied Optics **44** (2005) 5759-5762.

O. ter Kuile, *500 jaar Nederlandse Schilderkunst*, Amsterdam Boek, 1975.